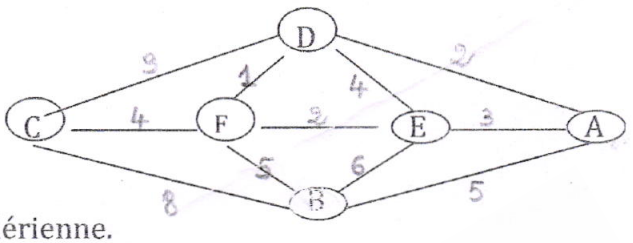
Prof : Bouhamed Skander — Lycée 20 Mars 1956

Niveau : 4 EG — Série N°1 — 2016-2017

Exercice 1 :

Le graphe (G) suivant indique les liaisons possibles entre les 6 stations d'un métro.



1) Le graphe (G) est-il complet ? Est-il connexe ?
2) **a)** Montrer que (G) admet au moins une chaine eulérienne.
   b) Donner un exemple de chaine eulérienne.
3) Donner un encadrement du nombre chromatique γ de (G). Déterminer γ.
4) En appliquant l'algorithme de Dijkstra donner le plus court chemin de A à C.
5) **a)** Montrer que (G) n'admet pas un cycle eulérien.

   b) On veut ajouter une nouvelle station S de degré 2 de façon que (G) admette un cycle eulérien.
   Dessiner (G) et placer S et les arêtes correspondantes.

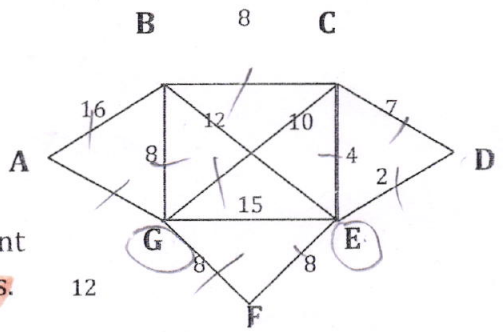
   c) Donner un exemple de cycle eulérien permettant au métro de partir de S pour y revenir.

Exercice 2 :

Le graphe ci-dessous indique les parcours possibles entre sept bâtiments d'une usine. Un agent de sécurité effectue régulièrement des rondes de surveillance. Ses temps de parcours en minutes entre deux bâtiments sont indiqués sur les arêtes.

1)
   a) Le graphe est-il complet ? Est-il connexe ? Justifier.
   b) Compléter le tableau :

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Degré							

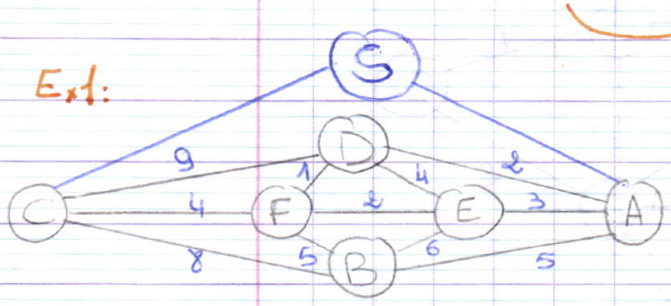


2) Colorier le graphe .Déterminer γ.
3) En justifiant la réponse, montrer qu'il est possible que l'agent de sécurité passe une fois et une seule par tous les chemins. Donner un exemple de trajet.
4) L'agent de sécurité peut-il revenir à son point de départ après avoir parcouru une fois et une seule tous les chemins? Justifier la réponse.
5) L'agent de sécurité part du bâtiment A et se rend au bâtiment D. En utilisant l'algorithme de Dijkstra , déterminer le chemin qu'il doit suivre pour que son temps de parcours soit le plus court possible. Donner ce temps de parcours.

www.BAC.org.tn
Page: BAC-TUNISIE
Tél: 25 361 197 / 53 371 502

Série 9:

Ex1:



1) G n'est pas complet car D et B ne sont pas adjacents. il est connexe car on peut relier 2 sommets par une chaine

2) a)

Sommet	A	B	C	D	E	F
Degré	3	4	3	4	4	4

→ G admet une chaine eulérienne car tous les sommets sont de degré pair sauf deux de degré impair ce sont les extrémités de la chaine

b) C-B-F-D-C-F-E-A-D-E-B-A

3) $3 \leq \sigma \leq 5$

Sommet	B	D	E	F	A	C
Couleur	C_1	C_4	C_2	C_3	C_3	C_2

$\sigma(G) = 3$

4)

A	B	D	E	F	C	Sommet sélectionné
0	∞	∞	∞	∞	∞	A
	5(A)	②(A)	3(A)	4	∞	D
	5(A)		3(A)	③(D)	11(D)	F
	5(A)		③(A)		7(F)	E
	5(A)				7(F)	B
					7(E)	C

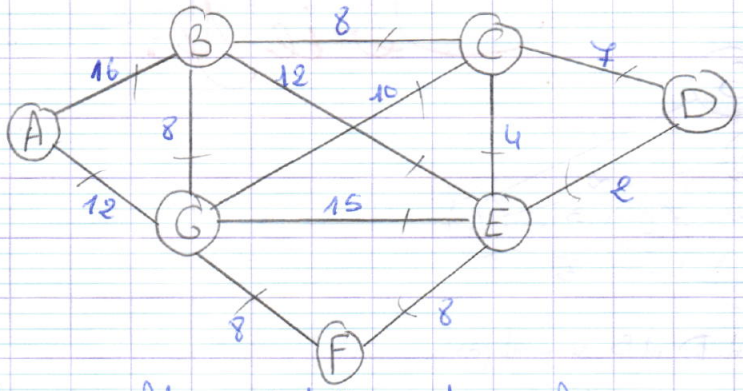
A-D-F-C = 4 min

5) a) Les sommets ne sont pas tous pairs donc G n'admet pas un cycle eulérien

c) S-C-B-F-D-C-F-E-A-D-E-B-A-S

www.BAC.org.tn

Ex2 :



1) a) Le graphe n'est pas complet car A et D ne sont pas relier par une arête. il est connexe car tous les sommets sont relier par une chaine

b)

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Degré	2	4	4	2	5	2	5

2) $4 \leq \chi \leq 6$

Sommet	E	G	B	C	A	D	F
Couleur	C_1	C_2	C_3	C_4	C_1	C_2	C_3

$\chi = 4$

3) Le graphe est connexe, tous les sommets sont de degré pair, deux seulement sont de degré impaire donc le graphe admet une chaine eulerienne et l'agent peut passé 1 fois par tous les chemins.

G-F-E-D-C-B-A-G-E-C-G-B-E

4) les sommets ne sont pas tous de degré paire donc le graphe n'admet pas un cycle eulérien et l'agent ne peut pas revenir à son point de départ

5)

A	B	C	E	F	G	D	Sommet sélectionné
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	A
	16(A)	∞	∞	∞	12(A)	∞	G(12)
	16(A)	22(G)	27(G)	20(G)		∞	B(16)
		22(G)	27(G)	20(G)		∞	F(20)
		22(G)	27(G)			∞	C(22)
			26(C)			29(C)	E(26)
						28(E)	D

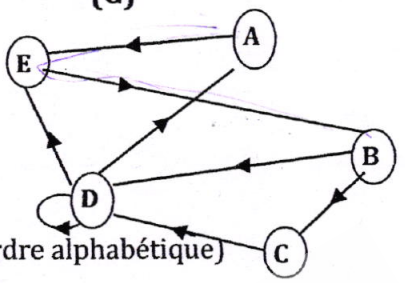
A-G-C-E-D

Prof : Bouhamed Skander — Lycée 20 Mars 1956

Niveau : 4 EG — **Série N°2** — 2016-2017

Exercice 1

(G)



On considère le graphe (G) suivant :

1) Le graphe (G) admet –il un cycle orienté eulérien ? Justifier la réponse.

2) a-Montrer que (G) admet une chaine orientée eulérienne.
b-Donner un exemple de chaine orientée eulérienne.

3) Donner la matrice M associée à (G). (les sommets seront écrits dans l'ordre alphabétique)

4) On a calculé les matrices M^2 et M^3.

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

www.BAC.org.tn
Page. BAC-TUNISIE
Tél: 25 361 197 / 53 371 502

a- Donner le nombre de chaines de longueur 2 dans ce graphe.
b- Donner le nombre de chaines de longueur 3 reliant E à D. Les déterminer.

5) a-Recopier et compléter le tableau suivant :

Distance	A	B	C	D	E
A	0	2	3	3	1
B	2	0	1	1	2
C	2	3	0	1	2
D	1	2	3	0	1
E	3	1	2	2	0

Distance أكبر

a) En déduire le diamètre de (G).

b) Quel est alors le plus petit entier naturel n tel que la matrice $(M + I_5)^n$ ait tous ses termes strictement positifs ?

Exercice 2 :

Soit (G) un graphe connexe de sommets A, B, C et D et de matrice d'adjacence

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1) Montrer que (G) est orienté.

2) On donne $M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ et $M^3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

a-Que représente le terme m_{43} de la matrice M^3 ?
b- Déterminer le nombre de chaines de longueur 3 reliant D à C.
c- Donner le nombre de chaines fermées de longueur 2 dans ce graphe.
d- Préciser la distance de D à B.

3) Compléter le tableau suivant puis déterminer le diamètre de (G).

Distance	A	B	C	D
A	0	1	3	2
B	3	0	2	1
C	1	2	0	1
D	2	3	1	0

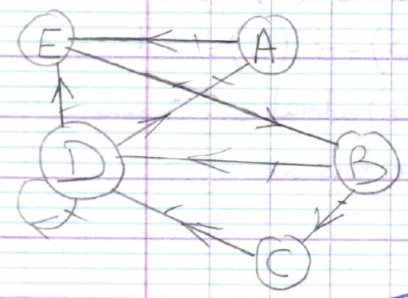
4) a-Le graphe (G) admet – il un cycle orienté eulérien ?

b-Montrer que (G) admet une chaine orientée eulérienne.

c- Représenter (G) puis donner un exemple de chaine orientée eulérienne.

Série 2 :

Ex 1 :



1)

Sommet	A	B	C	D	E
d^+ (sortie)	1	2	1	3	1
d^- (entrant)	1	1	1	3	2
$d^+ - d^-$	0	1	0	0	-1

on a $d^+ - d^-(B) \neq 0$

donc G n'admet pas un cycle eulérien

2) a) G est connexe

Pour tout sommet X de G on a

$d^+(X) - d^-(X) = 0$

sauf $d^+(B) - d^-(B) = 1$

$d^+(E) - d^-(E) = -1$

Donc G admet une chaîne orienté eulérienne

b) B - C - D - D - E - B - D - A - E

3)

$$M = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

4)

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Il y a 15 chaînes de longueur 2 dans ce graphe

ligne : Il y a 5 chaînes de longueur 2 sortant de D

colonne : " 4 " " " " entrant à E

diagonale : 4 " fermés de longueur 3 dans ce graphe

b) Il y a 2 chaînes de longueur 3 reliant E à D

E - B - D - D

E - B - C - D

5) a) 3 est le diamètre de G

b)

www.BAC.org.tn
Page: BAC-TUNISIE
Tél: 25 361 197 / 53 371 502

Ex 2 :

$$M = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

1) M n'est pas symétrique par rapport à la diagonale donc G est orienté ($m_{12} \neq m_{21}$)

2)
$$M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$M^3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

a) Le terme m_{43} est le nbr de chaine de longeur 3

b) il y a 2 chaines de longeur 3 reliant D à C.

c) il y a 4 chaines fermées de longeur 2 dans ce graphe

d) 3 est la distance de D à B

3) 3 est le diamètre de G

4)

Sommet	A	B	C	D
d^+	2	1	2	2
d^-	2	1	1	3
$d^+ - d^-$	0	0	1	-1

a) on a $d^+(C) - d^-(C) \neq 0$ d'où (G) n'admet pas un cycle orienté eulerien

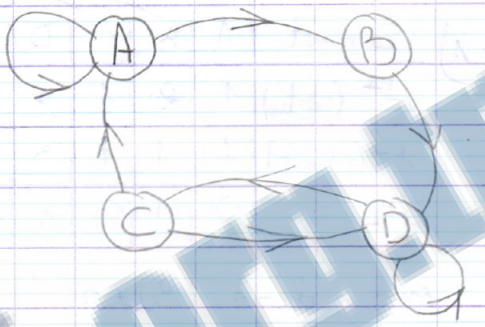
b) on a (G) est connexe pour tout sommet X de (G), on a $d^+(x) - d^-(x) = 0$ sauf pour les sommets C et D

$d^+(C) - d^-(C) = 1$

$d^+(D) - d^-(D) = -1$

Donc (G) admet une chaine orienté eulerienne

c)



C-A-A-B-D-D-C-D

WWW.BAC.ORG.TN

Lycée 20 Mars 1956 — Niveau : 4 EG

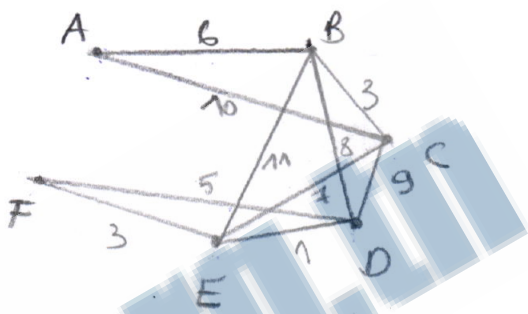
Série n°10

Prof: Bouhamed Skander — 2014- 2015

Exercice 1 :

Un touriste doit se rendre par voie maritime d'un pays A à un pays F.
Comme il n'existe pas de liaison directe, il sera obligé de transiter par des pays intermédiaires.
Il se renseigne sur les durées des trajets existant entre les différents pays.
Elles sont données en nombre de jours par le tableau suivant:

	A	B	C	D	E	F
A		6	10			
B	6		3	8	11	
C	10	3		9	7	
D		8	9		1	5
E		11	7	1		3
F				5	3	



1)
- **a)** Représenter la situation décrite ci-dessus par un graphe (G).
- **b)** Le graphe (G) est -il complet ?est il connexe ? Justifier.

n'est pas complet car A et F ne sont pas relié par une arête

2) Montrer que le graphe (G) admet une chaine eulerienne.

3)
- **a)** Déterminer un sous graphe complet de (G) d'ordre 4.
- **b)** En déduire le nombre chromatique de (G).

4) Indiquer à l'aide de l'algorithme de Dijkstra, le chemin le plus rapide de A jusqu' à F.

Exercice 2 :

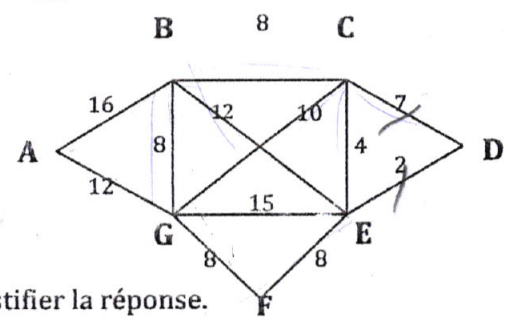
L e graphe ci-dessous indique les parcours possibles entre sept bâtiments d'une usine. Un agent de sécurité effectue régulièrement des rondes de surveillance.Ses temps de parcours en minutes entre deux bâtiments sont indiqués sur les arêtes.

1)
- **a)** Justifier que le graphe est connexe.

Oui est un connexe car ont peut relier deux Sommet par une chaine

- **b)** Compléter le tableau :

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Degré	2	4	4	2	5	2	5



2) En justifiant la réponse, montrer qu'il est possible que l'agent de sécurité passe une fois et une seule par tous les chemins.
Donner un exemple de trajet.

chaine eulerienne

3) L'agent de sécurité peut -il revenir à son point de départ après avoir parcouru une fois et une seule tous les chemins? Justifier la réponse.

4) L'agent de sécurité part du bâtiment A et se rend au bâtiment D. En utilisant l'algorithme de Dijkstra , déterminer le chemin qu'il doit suivre pour que son temps de parcours soit le plus court possible.
Donner ce temps de parcours.

www.BAC.org.tn
Page BAC-TUNISIE
Tél: 25 361 197 / 53 371 502

Série n°10

Ex 2 :

1) a) (G) est connexe car on peut relier deux sommets par une chaine

(G) n'est pas complet car A et D ne sont pas adjacents

b)

2) On a (G) est connexe. Tous les sommets sont de degré pair deux uniquement E et G sont degré impair

Donc (G) admet une chaine eulérienne.

Par suite il est possible que l'agent de sécurité passe une fois et une seule par tous les chemins.

exemple : E-D-C-B-A-G-B-E-C-G-E-F-G

3) Les degrés des sommets ne sont pas tous pairs donc le graphe n'admet pas un cycle eulérienne

Par suite il n'est pas possible de revenir à son point de départ après avoir parcouru une fois et une seule tous les chemins.

4)

A	B	C	E	F	G	D	sommet sélectionné
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	A
	16(A)	∞	∞	∞	12(A)	∞	G
	8+12=20(G) 16(A)	10+12=22(G)	15+12=27(G)	8+12=20(G)		∞	B
		8+16=24(B) 22(G)	12+16=28(B) 27(G)	20(G)		∞	F
		22(G)	8+20=28(F) 27(G)			∞	C
			22+4=26(C)			7+22=29(C)	E
						2+26=28(E)	D

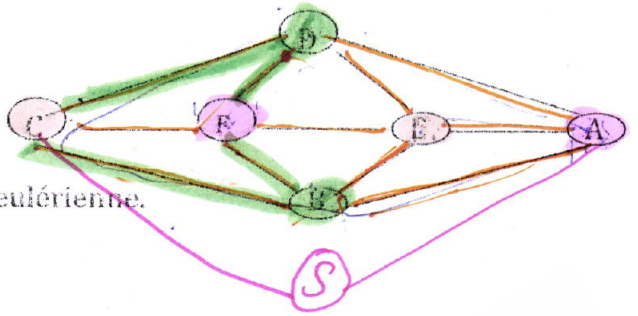
www.BAC.org.tn Page BAC-TUNISIE Tél: 25 361 197 / 53 371 502

Lycée 20 Mars 1956 | Prof : Bouhamed . S

2015-2016 | Série N° | 4 EC

Exercice 1 :

Le graphe (G) suivant indique les liaisons possibles entre les 6 stations d'un métro.

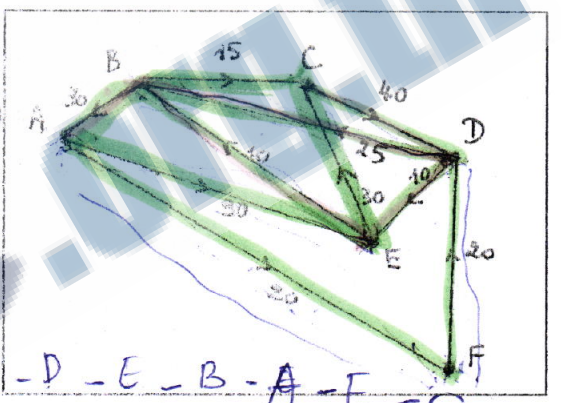


1)
   a) Montrer que (G) admet au moins une chaine eulérienne.
   b) Donner un exemple de chaine eulérienne.

2)
   a) Montrer que (G) n'admet pas un cycle eulérien.
   b) On veut ajouter une nouvelle station S de degré 2 de façon que (G) admette un cycle eulérien. Dessiner (G) et placer S et les arêtes correspondantes.
   c) Donner un exemple de cycle eulérien permettant au métro de partir de S pour y revenir.

Exercice 2 :

On considère le graphe (G) suivant :



1) Donner la matrice M associée à (G). (ordre alphabétique)
2) Est- il possible de trouver un parcours, en empruntant une fois et une seule chaque arc de ce graphe ?
3) Donner le poids de la chaine A- F- D- B.
4) Indiquer le chemin le plus rapide de A à C.

Exercice 3 :

Soit (G) un graphe connexe de sommets A, B, C et D et de matrice d'adjacence

$$M=\begin{pmatrix}1&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&1\\0&0&1&1\end{pmatrix}$$

1) Montrer que (G) est orienté.

2) On donne $M^2=\begin{pmatrix}1&1&0&1\\0&0&1&1\\1&1&1&1\\1&0&1&2\end{pmatrix}$ et $M^3=\begin{pmatrix}1&1&1&2\\1&0&1&2\\2&1&1&3\\2&1&2&3\end{pmatrix}$

   a) Que représente le terme m_{43} de la matrice M^3 ?
   b) Déterminer le nombre de chaines de longueur 3 reliant D à C.
   c) Donner le nombre de chaines fermées de longueur 2 dans ce graphe.
   d) Préciser la distance de D à B.

3) Compléter le tableau suivant puis déterminer le diamètre de (G).

Distance	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

4)
   a) Le graphe (G) admet – il un cycle orienté eulérien ?
   b) Montrer que (G) admet une chaine orientée eulérienne.
   c) Représenter (G) puis donner un exemple de chaine orientée eulérienne.

www.BAC.org.tn
Page. BAC-TUNISIE
Tél: 25 361 197 / 53 371 502

Exercice 1 :

chaîne eulérienne : • تحتوي على كل arêtes
• كل arête مرة واحدة

cycle eulérien : chaîne eulérienne fermée

* (G) est d'ordre 6 car (G) possède 6 sommets
* (G) n'est pas complet car D et B ne sont pas adjacents (reliés par une arête)
* (G) est connexe car on peut relier deux sommets par une chaîne
* ordre max d'un sous graphe complet $3 \leq \gamma \leq 5$ plus grand degré des sommets + 1

$\gamma(G) = 3$

Sommet	B	D	E	F	A	C
couleur	C_1	C_1	C_2	C_3	C_3	C_2

A	B	D	E	F	C	On note
0	∞	∞	∞	∞	∞	A(0)
//	5+0 A(5)	0+2 A(2)	0+6 A(6)	∞	∞	D(2)
//	A(5)	//	D(3)	D(14)	D(12)	E(3)
//	E(5)	//	//	E(6)	D(12)	B(5)
//	//	//	//	~~B(14)~~ E(6)	D(12)	F(6)
//	//	//	//	//	F(10)	C(10)

~~A – B – D – E – F – C~~

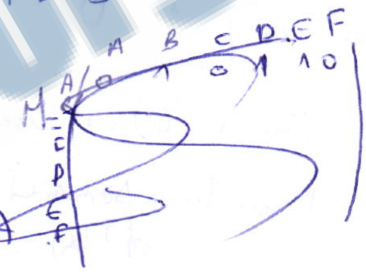
A – D – E – F – C

1/

ⓐ

Somet	A	B	C	D	E	F
Degré	3	4	3	4	4	4

On a (G) est connexe.
Tous les sommets sont de degré pair,
deux uniquement A et C sont de degré impair
Donc (G) admet au moins une chaîne eulérienne



ⓑ C – D – F – B – C – F – E – B – A – D – E – A

2/ ⓐ Les degrés des sommets ne sont pas tous pair
Donc (G) n'admet pas un cycle eulérien

ⓑ voir le graphe

ⓒ ~~A~~ S – C – D – F – B – C – F – E – B – A – D – E – A – S

~~Exercice 2~~ :

~~Matrice :~~

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	1
B	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	0	1	0	0	0	0
E	0	1	1	0	0	0
F	0	0	0	0	0	1

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(lignes et colonnes : A B C D E F)

La matrice associée à (G) d'adjacente de (G)

D. Diagonale.

M est symétrique par rapport à la diagonale

$\sum \frac{1}{2}$ = Nombre d'arêtes

Exercice

1) $M = \begin{array}{c|cccccc} & A & B & C & D & E & F \\ A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ C & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ D & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ E & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ F & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$

M n'est pas symétrique par rapport à la diagonale

$\mathcal{E}$ 1 = Nbre d'arcs = 7

2)

Sommet	A	B	C	D	E	F
Degré	2	2	1	2	2	1

chaine eulérienne

C - D - B - A - F

2)

Sommet	A	B	C	D	E	F
d^+	2	2	1	2	2	1
d^-	1	2	2	2	2	1
$d^+ - d^-$	1	0	-1	0	0	0

chaine orienté eulérienne

On a (G) est connexe

Pour tout sommet X de (G)

$d^+(X) - d^-(X) = 0$

sauf pour les sommets A et C

On a $d^+(A) - d^-(A) = 1$

et $d^+(C) - d^-(C) = -1$.

Donc le graphe admet une chaine orienté eulérienne

A - F - D - E - B - A - E - C - D - B - C

3) Par suite, il est possible.

A - F - D - B

5 est le poids de la chaine. A → F → D → B.

4) A - F - D - E - B - C = 7.

WWW.BAC.org.tn